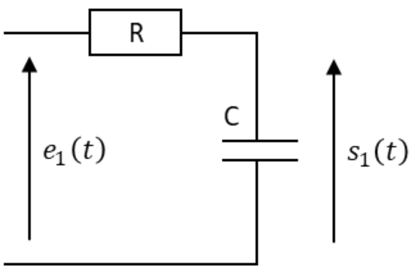
Travaux pratiques | [E] TP n°7

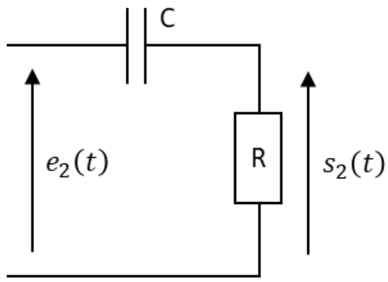
Mise en cascade de filtres

L'objectif de ce TP est d'observer et de comprendre pourquoi la fonction de transfert de plusieurs filtres en cascade n'est, en général, pas égale au produit des fonctions de transfert des différents filtres.

I - Position du problème

Déterminer l'ordre et la nature des deux filtres ci-dessous. Montrer que leur fonction de transfert correspond bien à celle donnée sous chaque schéma (avec : $\omega_0 = 1/RC$ et $x = \omega/\omega_0$).

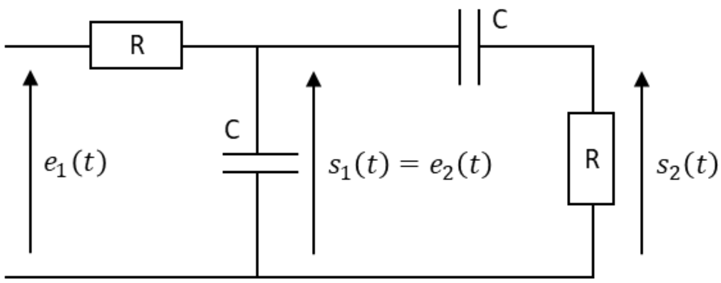




$$\underline{H_1}(x) = \frac{\underline{s_1}}{\underline{e_1}} = \frac{1}{1 + jx}$$

$$\underline{H_2}(x) = \frac{\underline{s_2}}{\underline{e_2}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{jx}}$$

Dans ce TP, nous allons étudier le filtre suivant, correspondant à la mise en cascade des deux filtres précédents.



On suppose, naïvement, que la fonction de transfert est égale au produit des fonctions de transfert des deux filtres précédents :

$$\underline{H}(x) = \frac{\underline{s_2}}{\underline{e_1}} = \frac{\underline{s_2}}{\underline{e_2}} \cdot \frac{\underline{s_1}}{\underline{e_1}} = \underline{H_2}(x) \cdot \underline{H_1}(x) = \frac{1}{1 + \frac{1}{jx}} \cdot \frac{1}{1 + jx} = \boxed{\frac{H_0}{1 + jQ\left(x - \frac{1}{x}\right)}} \quad \text{avec :} \quad H_0 = \frac{1}{2} \quad \boxed{Q = \frac{1}{2}}$$

Il s'agirait donc d'un passe-bande d'ordre 2, avec un facteur de qualité $Q = 1/2$. Nous allons tester si c'est bien le cas expérimentalement.

Pour un passe-bande, on rappelle que le facteur de qualité est donné par :

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f_c} = \frac{\omega_0}{\Delta \omega_c} = \frac{1}{\Delta x_c}$$

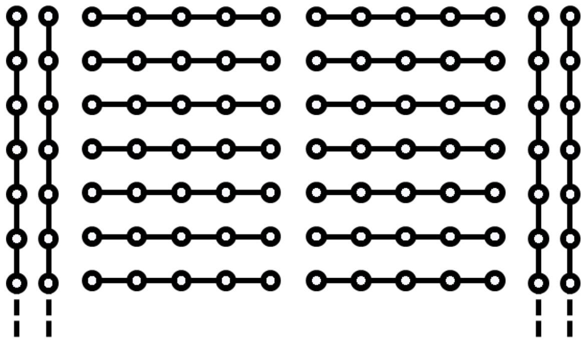
avec f_c les fréquences de coupures à -3 dB.

Nous allons nous servir de cette propriété pour déterminer le facteur de qualité du filtre.

II - Montage expérimental

II.1 - Matériel

Dans ce TP, nous n'allons pas utiliser les boîtes à décades dont nous avons l'habitude mais les composants tels qu'ils sont directement vendus dans le commerce. Ces composants seront branchés sur une carte dont les connections sont illustrées ci-contre.



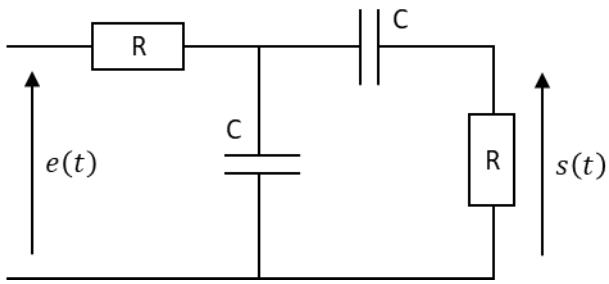
- Tous ports des colonnes sont reliés entre eux et à un branchement extérieur.
- Tous les ports d'une ligne sont reliés entre eux.

Sur la paillasse professeur, choisir deux condensateurs de même capacité C, comprise entre $40\ \mathrm{nF}$ et $200\ \mathrm{nF}$. Assurez-vous des capacités des condensateurs en les mesurant au RLC-mètre.

De même, choisir deux résistances de même valeur R, de sorte que la fréquence de coupure f_c d'un filtre RC soit proche de $1\ \mathrm{kHz}$. On rappelle que la pulsation de coupure vaut : $\omega_c = 1/\mathrm{RC}$.

II.2 - Fréquences de coupure

Réaliser le montage ci-contre. Ouvrir Regressi.



Mesurer E_{rms} et S_{rms} à l'aide d'un multimètre pour différentes fréquences situées autour de la résonance.

Afin de repérer le plus précisément possible les fréquences de coupure, nous n'allons pas tracer $G_{dB}(f)$, mais la fonction :

$$G_{corr}(f) = G_{dB}(f) - \max\big(G_{dB}(f)\big) + 3$$

Ainsi, on obtient que : $\boxed{G_{corr}(f_c) = 0}$

Tracer $G_{corr}(f)$ et repérer les zéros de la fonction. Réaliser, si besoin, quelques points supplémentaires autour des zéros de la fonction afin de de repérer le plus précisément possible les fréquences de coupure.

II.3 - Fréquence propre

Déterminer la fréquence propre à l'aide de trois méthodes différentes :

- À l'aide de la formule théorique :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$$

- À l'aide du fait que, en échelle logarithmique, f_0 est au centre des deux pulsations de coupure :

$$f_0 = \sqrt{f_{c1} \cdot f_{c2}}$$

- À l'aide de la méthode de Lissajous (aplatissement de l'ellipse en mode XY de l'oscilloscope).

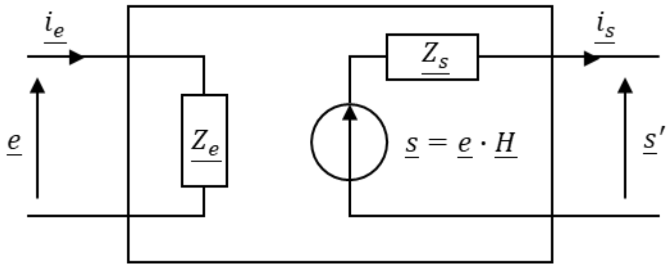
II.4 - Facteur de qualité

Calculer le facteur de qualité du filtre et conclure.

III - Résolution du problème

III.1 - Impédances d’entrée et de sortie

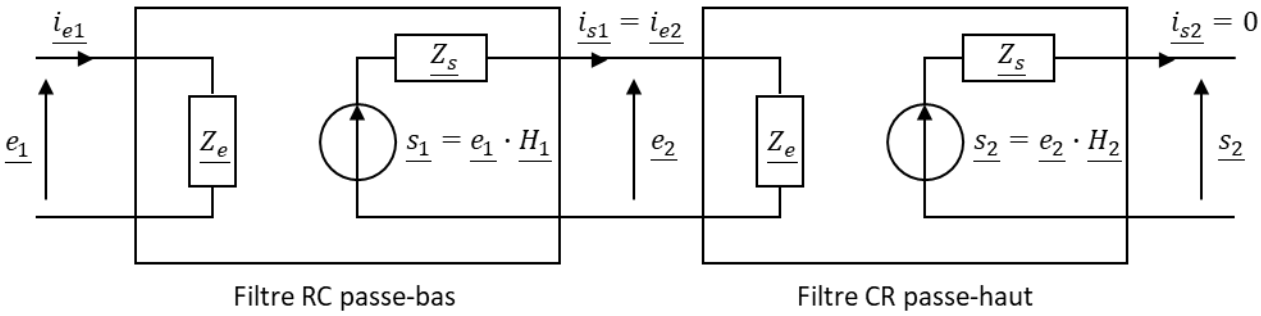
On rappelle que tout quadripôle peut se mettre sous la forme :



Dans notre cas, il est possible de montrer que, pour chacun des deux filtres RC d’ordre 1 :

$$\underline{Z_e} = R\left(1 + \frac{1}{jx}\right) \qquad \text{et} \qquad \underline{Z_s} = \frac{1}{1 + jx}$$

Le montage du filtre passe-bande est donc équivalent au montage suivant :

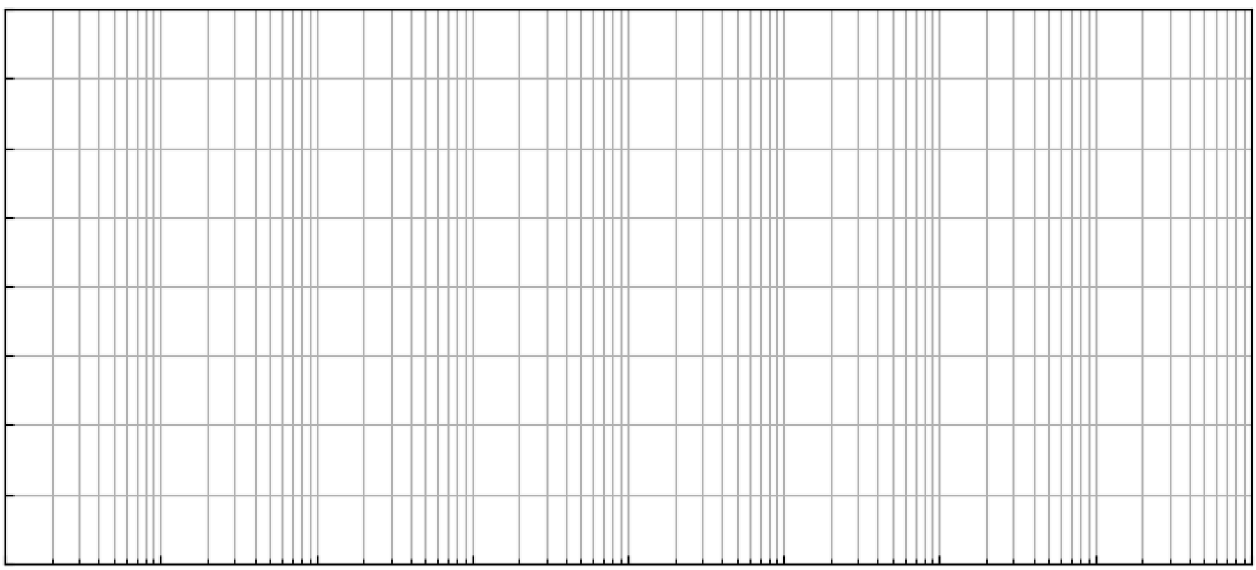


On remarque ainsi que :

$$\underline{H}(x) = \frac{\underline{s_2}}{\underline{e_1}} = \frac{\underline{e_2} \cdot \underline{H_2}}{\underline{e_1}} = \frac{\underline{s_1}\left(\frac{\underline{Z_e}}{\underline{Z_e} + \underline{Z_s}}\right) \cdot \underline{H_2}}{\underline{e_1}} = \underline{H_2} \cdot \underline{H_1} \cdot \frac{\underline{Z_e}}{\underline{Z_e} + \underline{Z_s}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\underline{H}(x) = \underline{H_2} \cdot \underline{H_1} \cdot \frac{1}{1 + \underline{Z_s}/\underline{Z_e}}}$$

Pour que $\underline{H}(x) = \underline{H_2} \cdot \underline{H_1}$, il faut donc que $\left|\underline{Z_s}\right| \ll \left|\underline{Z_e}\right|$.

⌂ Tracer sur le même graphique $20\log\left(\left|\underline{Z_e}\right|/R\right)$ et $20\log\left(\left|\underline{Z_s}\right|/R\right)$. Conclure.



III.2 - Fonction de transfert réelle du filtre

Le calcul exact montre que :

$$\underline{H}(x) = \frac{H_0}{1 + jQ\left(x - \frac{1}{x}\right)} \quad \text{avec :} \quad H_0 = \frac{1}{3} \quad Q = \frac{1}{3}$$

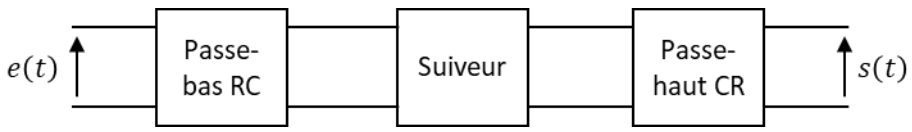
Est-ce cohérent avec vos données expérimentales ?

III.3 - Adaptation d'impédance

Une solution pour adapter les impédances, c'est-à-dire avoir $|\underline{Z_s}| \ll |\underline{Z_e}|$, est d'utiliser un montage suiveur. Il s'agit d'un quadripôle tel que :

$$\underline{\mathrm{H}} = 1 \qquad \underline{Z_s} = 0 \qquad \underline{Z_e} = +\infty$$

Le montage devient alors :



Le composant central du montage suiveur est un ALI (amplificateur linéaire intégré), qui sera vu l'an prochain. Il est nécessaire de l'alimenter avec une tension continue, et de relier sa masse aux autres masses du montage.

Réaliser le montage en intercalant le suiveur entre les deux filtres d'ordre 1.

Avec le même protocole qu'en partie II, déterminer le facteur de qualité Q de ce montage. Conclure.